

文章编号:1001-8360(2019)04-0118-07

增压式真空预压处理单层均质土固结理论研究

沈宇鹏^{1,2},王云超³,董淑海⁴,金亚伟⁵,王亚琼⁶

(1. 北京交通大学 土木建筑工程学院,北京 100044;

2. 北京交通大学 北京市轨道交通线路安全与防灾工程技术研究中心,北京 100044;

3. 北京市市政工程设计研究总院有限公司,北京 100082;4. 中交第三航务工程勘察设计院有限公司,上海 200032;

5. 江苏鑫泰岩土科技有限公司,江苏 无锡 214267;6. 长安大学 陕西省公路桥梁与隧道重点实验室,陕西 西安 710064)

摘 要:基于等应变理论,结合 Newman-Carrillo 方程,利用分离变量法,提出增压式真空预压处理单层均质土地基固结度解析解,并得到无井阻和理想井的固结度解析解;编制了便于工程实践的图表。结果表明:通过增压式真空预压处理单层均质土时,随着时间因子的增加,固结度总体呈快速增长趋势;随着井径比 n 的增加,固结速率减小;理想井固结与无井阻固结的变化规律基本一致,但同一时刻理想井的固结度略大。采用增压式真空预压处理时,建议排水板的井径比不超过 10。

关键词:增压式真空预压;分离变量法;固结理论;解析解

中图分类号:U213.14 文献标志码:A doi:10.3969/j.issn.1001-8360.2019.04.016

Study on Consolidation Theory of Single-layer Homogeneous Soil Treated by Air-boosted Vacuum Preloading

SHEN Yupeng^{1,2}, WANG Yunchao³, DONG Shuhai⁴, JIN Yawei⁵, WANG Yaqiong⁶

(1. School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;

2. Beijing Engineering and Technology Research Center of Rail Transit Line Safety and Disaster Prevention, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 3. Beijing General Municipal Engineering Design & Research Institute Co., Ltd., Beijing 100082, China;

4. CCCC Third Harbor Consultants Co., Ltd., Shanghai 200032, China;

5. Jiangsu Xintai Geotechnical Technology Co., Ltd., Wuxi 214267, China;

6. Key Laboratory for Highway Bridge and Tunnel Engineering of Shaanxi Province, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: Based on the assumption of equal strain of soil, combined with Newman-Carroll equation and the method of separation of variables, the analytical solution of consolidation of single-layer homogeneous soil foundation with air-boosted vacuum preloading was proposed in this paper, and the theoretical solution of consolidation without well resistance and ideal well was given. At last, the chart convenient for engineering practice was put forward. The results show that with the increase of T_h , the consolidation degree grows rapidly under the treatment of the single layer homogeneous soil by air-boosted vacuum preloading. The consolidation rate decreases with the increase of the well diameter ratio n . The change law of ideal well consolidation and no-well resistance consolidation is basically the same, but at the same time the degree of consolidation value of ideal well is slightly higher. When air-boosted vacuum preloading treatment is used, it is recommended that the well diameter ratio should not exceed 10 when drain boards are installed.

Key words: air-boosted vacuum preloading; method of separation of variables; consolidation theory; theoretical solution

收稿日期:2018-07-19;修回日期:2018-11-29
基金项目:澳门特别行政区科学技术发展基金(0010/2018/A);国家自然科学基金(41772330);中央高校基本科研业务费专项资金(300102218505)
作者简介:沈宇鹏(1977—),男,浙江嵊州人,副教授,博士。
E-mail:ypshen@bjtu.edu.cn

增压式真空预压由文献[1]提出。增压式真空预压基于常规真空预压方法,在塑料排水板之间加设增压管,相当于在排水板影响半径范围的土体外施加径向压力,增加了土体与塑料排水板之间的压力差,提高

了土体中自由水向塑料排水板的定向流动,加速了土体固结;该方法克服了常规真空预压易淤堵的缺陷,已在多个工程中得到成功应用。目前增压式真空预压的固结理论尚不完善,还不能直接指导实际工程的设计和施工。

固结理论最早为 Terzaghi 提出的一维固结理论,文献[2]将其推广到二维和三维的情况,提出 Terzaghi-Rendulic 固结理论,文献[3]根据连续体力学的基本方程建立 Biot 固结方程。在砂井地基固结研究方面,最早由文献[4]提出 Carrilo 定理,之后文献[5]和文献[6]分别发展了 Barron 理论和 Hansbo 理论。文献[7]完善了等应变条件下的砂井地基固结解析理论。

有关增压式真空预压的研究,主要局限于工程应用。文献[8]结合珠海西站软基处理工程实例,指出增压式真空预压具有固结速度快、效果好的特点。文献[9-10]在某站场地基处理过程中引入增压式真空预压,证明增压式真空预压处理站场能够通过有效减小工后沉降、加速软土地基固结来缩短工期。文献[11]利用 Plaxis 平面有限元软件进行增压式真空预压设计参数的优化研究。文献[12]结合天津临港工业区软基处理工程,提出该技术能够有效提高浅部土层预压效率。文献[13]验证了增压式真空预压技术处理在疏浚土地基方面优于常规真空预压。文献[14]通过将增压管改为 PVD 增压器,提出一种加固深层海相黏土的更有效增压式真空预压方法。

目前的研究成果仍集中在增压式真空预压的现场监测,有关固结理论的研究成果较少。因此,本文基于等应变理论和分离变量法,提出增压式真空预压排水板地基在任意荷载作用下,考虑涂抹效应和井阻效应的单层均质土地基单向排水径向固结解析解,并给出相应的无井阻和理想井地基固结解析解。

1 单一土层的定值问题

1.1 基本假定

参照文献[5-6,15]提出的研究理论和基本假定,本文的基本假定如下:

- (1) 等应变条件成立,即同一深度上任意一点的竖向变形相等;
- (2) 不考虑侧向变形;
- (3) 忽略地基土的竖向渗流,仅考虑其径向渗流;
- (4) 除渗透系数不同外,未扰动区与涂抹区土体其他性质相同;
- (5) 忽略排水板内径向渗流,排水板内孔压沿径向不变;
- (6) 任意深度处从土体中沿井周流入排水板的水

量等于从排水板中流出水量的增量;

(7) 围压 $p(t)$ 随时间变化,其加载曲线如图 1 所示,为两段式加载, t_1 时刻前匀速加载至 p' ,保持加压值稳定至 t_2 时刻;

(8) 将排水板等效成砂井,并按式(1)^[16] 计算排水板等效砂井半径。

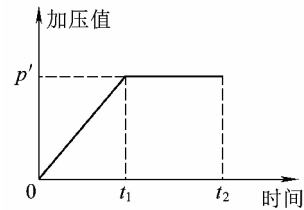


图 1 增压随时间变化曲线

$$d_w = \alpha \times \frac{2(b+\delta)}{\pi} \quad (1)$$

式中: d_w 为排水板直径; α 为换算系数,在 0.75 ~ 1.0 之间,一般取 1.0; b 和 δ 分别为塑料排水板宽度和厚度。

1.2 计算模型

增压式真空预压排水板地基固结的理论计算模型如图 2 所示。排水板单向排水,底面不透水,各符号的物理意义如下: p_0 为真空预压等效均布荷载,kPa; $p(t)$ 为增压管压力等效荷载,kPa; H 为排水板长度即软土层厚度,m; k_v 为未扰动区土体竖向渗透系数,m/s; k_w 为排水板渗透系数,m/s; k_h 为未扰动区土体水平向渗透系数,m/s; k_s 为涂抹区土体渗透系数,m/s; r_s 为排水板涂抹区半径,m; r_w 为排水板半径,m; r_c 为排水板影响区半径,m。

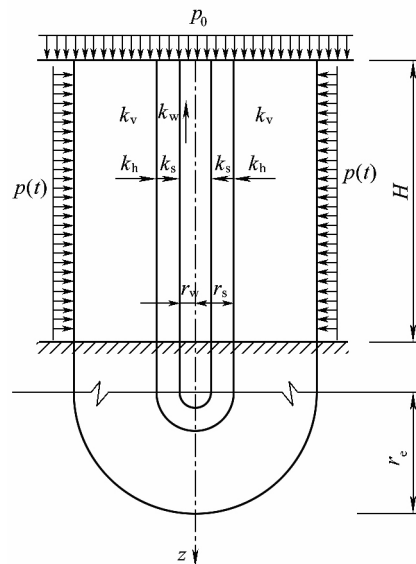


图 2 排水板地基固结计算模型简图

1.3 等应变条件下径向固结方程

径向固结基本方程为

$$\frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} = -\frac{1}{E_s} \frac{\partial u_r}{\partial t} \quad (2)$$

$$\begin{cases} -\frac{k_s}{\gamma_w} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) = \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} & r_w \leq r \leq r_s \\ -\frac{k_h}{\gamma_w} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) = \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} & r_s \leq r \leq r_e \end{cases} \quad (3)$$

$$2\pi r_w dz \frac{k_s}{\gamma_w} \frac{\partial u_r}{\partial r} \Big|_{r=r_w} = -\pi r_w^2 dz \frac{k_w}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2}$$

或 $\frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} = -\frac{2k_s}{r_w k_w} \frac{\partial u_r}{\partial r} \Big|_{r=r_w} \quad (4)$

式中： ε_z 为仅考虑径向渗流影响时影响区内任一点的体积应变； t 为时间，s； E_s 为土体体积压缩系数； u_r 为仅考虑径向渗流时影响区内任一点平均孔压，kPa； γ_w 为水的重度，kN/m³； r 为径向坐标，m； u_r 为仅考虑径向渗流时排水板内任一深度的孔压，kPa； r_e 为排水板影响区半径，m； u_w 为仅考虑径向渗流时排水板内任一深度的孔压，kPa。

边界条件及初始条件为

$$\begin{cases} u_r \Big|_{t=0} = u_0 = p_0 \\ u_r \Big|_{r=r_e} = p(t) \\ u_w \Big|_{z=0} = 0 \\ \frac{\partial u_w}{\partial z} \Big|_{z=l} = 0 \\ u_r \Big|_{r=r_w} = u_w \\ k_h \frac{\partial u_e}{\partial r} \Big|_{r=r_s} = k_s \frac{\partial u_s}{\partial r} \Big|_{r=r_s} \\ u_s \Big|_{r=r_s} = u_e \Big|_{r=r_s} \end{cases} \quad (5)$$

式中： u_0 为初始孔隙水压力，kPa； l 为地基竖向最大排水距离，m； u_e 和 u_s 为排水板影响区和涂抹区超静孔隙水压力，kPa。

式(5)第一式为初始条件，其余均为边界条件。以上公式适用于孔隙水流动满足 Darcy 定律且土体变形全部为孔隙水排出体积的情况。

2 求解过程

对式(3)等号两边关于 r 积分，可得

$$\begin{cases} \frac{\partial u_r}{\partial r} = -\frac{r}{2} \frac{\gamma_w}{k_s} \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} - \frac{u_w - p(t)}{\eta r} + \frac{-\gamma_w r_w^2 - r_s^2}{k_s} \frac{\partial \varepsilon_z}{4 \partial t} + \frac{\gamma_w r_s^2 - r_e^2}{k_h} \frac{\partial \varepsilon_z}{4 \partial t} & r_w \leq r \leq r_s \\ \frac{\partial u_r}{\partial r} = -\frac{r}{2} \frac{\gamma_w}{k_h} \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} - \frac{u_w - p(t)}{\eta r} + \frac{-\gamma_w r_w^2 - r_s^2}{k_s} \frac{\partial \varepsilon_z}{4 \partial t} + \frac{\gamma_w r_s^2 - r_e^2}{k_h} \frac{\partial \varepsilon_z}{4 \partial t} & r_s \leq r \leq r_e \end{cases} \quad (6)$$

利用式(5)的边界条件，有

$$\begin{cases} u_r = -\frac{\gamma_w}{k_s} \left(\frac{r^2 - r_w^2}{4} + \frac{r^2 - r_s^2}{4\eta} \ln \frac{r}{r_w} \right) \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} - \frac{\gamma_w}{k_h} \left(\frac{r_s^2 - r_e^2}{4\eta} \ln \frac{r}{r_w} \right) \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} + \ln \frac{r}{r_w} \frac{p(t) - u_w}{\eta} + u_w & r_w \leq r \leq r_s \\ u_r = -\frac{\gamma_w}{k_s} \left[\frac{r^2 - r_w^2}{4} + \frac{r^2 - r_s^2}{4\eta} \left(\frac{k_s}{k_h} \ln \frac{r}{r_s} + \ln \frac{r_s}{r_w} \right) \right] \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} - \frac{\gamma_w}{k_h} \left[\frac{r^2 - r_w^2}{4} + \frac{r_s^2 - r_e^2}{4\eta} \left(\frac{k_s}{k_h} \ln \frac{r}{r_s} + \ln \frac{r_s}{r_w} \right) \right] \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} + \left(\frac{k_s}{k_h} \ln \frac{r}{r_s} + \ln \frac{r_s}{r_w} \right) \frac{p(t) - u_w}{\eta} + u_w & r_s \leq r \leq r_e \end{cases} \quad (7)$$

式中： $\eta = \frac{k_s}{k_h} \ln n + \left(1 - \frac{k_s}{k_h}\right) \ln s$ ； s 为涂抹比， $s = r_s/r_w$ ； n 为井径比， $n = r_e/r_w$ 。

地基中任意深度的平均孔压可表示为

$$\bar{u}_r = \frac{1}{\pi(r_e^2 - r_w^2)} \int_{r_w}^{r_e} 2\pi r u_r dr \quad (8)$$

将式(7)代入式(8)，积分得

$$\bar{u}_r = \frac{\gamma_w r_e^2}{4k_h} F_a \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} + F_b p(t) + F_c u_w \quad (9)$$

式中：

$$\begin{aligned} F_a &= \frac{1}{n^2(n^2-1)} \left[\frac{1}{2} (n^2 - s^2)^2 \right] + \frac{n^2 - s^2}{(n^2-1)\eta} \cdot \\ &\quad \left\{ \left[\ln s + \frac{k_s}{k_h} \left(\ln \frac{n}{s} - \frac{1}{2} \right) \right] + \frac{s^2}{2n^2} \left(\frac{k_s}{k_h} - 1 \right) + \frac{1}{2n^2} \right\} + \\ &\quad \frac{k_h}{k_s} \left\{ \frac{1}{n^2(n^2-1)} \left(\frac{1}{2} s^4 + n^2 - s^2 n^2 - \frac{1}{2} \right) + \frac{s^2 - 1}{(n^2-1)\eta} \cdot \right. \\ &\quad \left. \left[\ln s + \frac{k_s}{k_h} \left(\ln \frac{n}{s} - \frac{1}{2} \right) \right] + \frac{s^2 - 1}{(n^2-1)\eta} \cdot \right. \\ &\quad \left. \left[\frac{s^2}{2n^2} \left(\frac{k_s}{k_h} - 1 \right) + \frac{1}{2n^2} \right] \right\} \\ F_b &= \frac{1}{\eta(n^2-1)} \left[\frac{1}{2} (1 - s^2) + n^2 \ln s + \frac{k_s}{k_h} \left(n^2 \ln s + \frac{1}{2} s^2 - \frac{1}{2} n^2 \right) \right] \\ F_c &= 1 - F_b \end{aligned}$$

根据式(5)，式(4)可写为

$$\frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} = \frac{\gamma_w}{k_w} \left(1 + \frac{1-s^2}{2\eta} + \frac{k_s}{k_h} \frac{n^2 - s^2}{2\eta} \right) \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} - \frac{2k_s}{k_w \eta r_w^2} p(t) + \frac{2k_s}{k_w \eta r_w^2} u_w \quad (10)$$

结合式(2)、式(9)及式(10)，可得

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} = -\lambda [\bar{u}_r - F_b p(t) - F_c u_w] \quad (11)$$

$$\frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} = -\rho^2 [\bar{u}_r - F_b p(t) - F_c u_w] - \alpha p(t) + \alpha u_w \quad (12)$$

式中: $\lambda = \frac{4E_s k_h}{\gamma_w F_a r_e^2} = \frac{16c_h}{d_e^2 F_a}$; c_h 为水平向固结系数, $c_h = k_h E_s / \gamma_w$; d_e 为排水板影响区直径, m; $\rho^2 = \frac{4k_h}{k_w F_a r_e^2} \left(1 + \frac{1-s^2}{2\eta} + \frac{k_s n^2 - s^2}{k_h 2\eta}\right)$;

$$\alpha = \frac{2k_s}{k_w \eta^2}。$$

从式(11)、式(12)中消去 \bar{u}_r , 得

$$\frac{\partial^3 u_w}{\partial z^2 \partial t} + \lambda \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} - (\rho^2 F_c - \alpha) \frac{dp(t)}{dt} - (\rho^2 F_c + \alpha) \frac{\partial u_w}{\partial t} + \lambda \alpha p(t) - \lambda \alpha u_w = 0 \quad (13)$$

当 $0 \leq t \leq t_1$ 时, $\frac{dp(t)}{dt} = \frac{p'}{t_1}, p(t) = \frac{p'}{t_1} t$ 。

式(13)可表示为

$$\frac{\partial^3 u_w}{\partial z^2 \partial t} + \lambda \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} - (\rho^2 F_c - \alpha) \frac{p'}{t_1} - (\rho^2 F_c + \alpha) \frac{\partial u_w}{\partial t} + \lambda \alpha \frac{p'}{t_1} t - \lambda \alpha u_w = 0 \quad (14)$$

求式(14)的解, 须先求解齐次方程

$$\frac{\partial^3 u_w}{\partial z^2 \partial t} + \lambda \frac{\partial^2 u_w}{\partial z^2} - (\rho^2 F_c + \alpha) \frac{\partial u_w}{\partial t} - \lambda \alpha u_w = 0 \quad (15)$$

采用分离变量法, 得到式(14)的通解为

$$u_{w1} = (A \sin \beta z + B \cos \beta z) \exp(-B_r t) \quad (16)$$

式中: $A = \frac{2}{MF_c} \frac{\lambda - B_r}{\lambda} \left[u_0 - (F_c + \frac{\alpha}{\rho^2}) F \right], F = -\frac{p'}{\lambda \alpha t_1} \rho^2; B = 0; \beta = \frac{M}{l}, M = \frac{2m+1}{2} \pi, m = 0, 1, 2, \dots;$

$$B_r = \frac{\lambda(\alpha + \beta^2)}{\rho^2 F_c + \alpha + \beta^2} = \frac{16c_h(M^2 + \alpha l^2)}{d_e^2 F_a l^2};$$

$$\alpha + \frac{M^2}{l^2} + \frac{4d_w^2 F_c}{F_a r_e^2 l^2} \left[1 + \frac{1-s^2}{2\eta} + \frac{k_s n^2 - s^2}{k_h 2\eta} \right] G$$

$G = \frac{k_h}{k_w} \left(\frac{l}{d_w}\right)^2$, 称为井阻因子。

则非齐次方程(式(14))通解为

$$u_w = \left(A \sin \frac{M}{l} z \right) \exp(-B_r t) + \varphi(t) \quad (17)$$

式中: $\varphi(t) = \exp(-Dt) + Et + F, D = \frac{\lambda \alpha}{\rho^2 F_c + \alpha}, E =$

$$\frac{p'}{t_1}。$$

令 $l = H$, 可得

$$u_w = \frac{2}{MF_c} \frac{\lambda - B_r}{\lambda} \left[u_0 - (F_c + \frac{\alpha}{\rho^2}) F \right] \cdot \sum_{m=0}^{\infty} A \sin \frac{Mz}{H} \exp(-B_r t) + \varphi(t) \quad (18)$$

$$\bar{u}_r = \frac{2}{M} \left[u_0 - (F_c + \frac{\alpha}{\rho^2}) F \right] \sum_{m=0}^{\infty} \sin \frac{Mz}{H} \exp(-B_r t) + (F_b - \frac{\alpha}{\rho^2}) p(t) + (F_b + \frac{\alpha}{\rho^2}) \varphi(t) \quad (19)$$

由式(2)、式(6)、式(7)、式(18)及式(19), 可得到满足基本方程及其求解条件的解析解为

$$u_r = \left[\frac{k_h}{k_s} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{r^2}{r_e^2} \right) + \left(\frac{k_h s^2 - 1}{k_s \eta^2} + \frac{n^2 - s^2}{\eta^2} \right) \ln \frac{r}{r_w} \right] \cdot \left\{ \frac{2}{M} \frac{B_r}{\lambda F_a} \left[u_0 - (F_c + \frac{\alpha}{\rho^2}) F \right] \sum_{m=0}^{\infty} \sin \frac{Mz}{H} \exp(-B_r t) + \frac{F_b + F_c}{-\lambda F_a} \frac{p'}{t_1} + \frac{\alpha}{F_a (\rho^2 F_c + \alpha)} \exp\left(-\frac{\lambda \alpha}{(\rho^2 F_c + \alpha)} t\right) \right\} + \left(1 - \frac{1}{\eta} \ln \frac{r}{r_w} \right) \left\{ \frac{2}{MF_c} \frac{\lambda - B_r}{\lambda} \left[u_0 - (F_c + \frac{\alpha}{\rho^2}) F \right] \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \sin \frac{Mz}{H} \exp(-B_r t) + \varphi(t) \right\} + \ln \frac{r}{r_w} \frac{p(t)}{\eta} \quad r_w \leq r \leq r_s \quad (20)$$

$$u_r = \left\{ \frac{k_h}{k_s} \left[\frac{1-s^2}{n^2} + \frac{s^2-1}{\eta^2} \left(k_h \ln \frac{r}{r_s} + \ln \frac{r_s}{r_w} \right) \right] + \left[\frac{s^2}{n^2} - \frac{r^2}{r_e^2} + \frac{n^2-s^2}{\eta^2} \left(\frac{k_s}{k_h} \ln \frac{r}{r_s} + \ln \frac{r_s}{r_w} \right) \right] \right\} \cdot \left\{ \frac{2}{M} \frac{B_r}{\lambda F_a} \left[u_0 - (F_c + \frac{\alpha}{\rho^2}) F \right] \sum_{m=0}^{\infty} \sin \frac{Mz}{H} \exp(-B_r t) + \frac{F_b + F_c}{-\lambda F_a} \frac{p'}{t_1} + \frac{\alpha}{F_a (\rho^2 F_c + \alpha)} \exp\left(-\frac{\lambda \alpha}{(\rho^2 F_c + \alpha)} t\right) \right\} + \left[1 - \frac{1}{\eta} \left(\frac{k_s}{k_h} \ln \frac{r}{r_s} + \ln \frac{r_s}{r_w} \right) \right] \left\{ \frac{2}{MF_c} \frac{\lambda - B_r}{\lambda} \cdot \left[u_0 - (F_c + \frac{\alpha}{\rho^2}) F \right] \sum_{m=0}^{\infty} \sin \frac{Mz}{H} \exp(-B_r t) + \varphi(t) \right\} + \frac{p(t)}{\eta} \left(\frac{k_s}{k_h} \ln \frac{r}{r_s} + \ln \frac{r_s}{r_w} \right) \quad r_s \leq r \leq r_e \quad (21)$$

进而可得地基任一深度的径向固结度 U_r 为

$$U_r = 1 - \frac{\bar{u}_r}{u_0} = 1 - \left[\frac{2}{M} \left(1 + \frac{F_c \rho^2 + \alpha}{u_0 \rho^2} F \right) \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \sin \frac{Mz}{H} \exp(-B_r t) + \frac{F_b \rho^2 - \alpha}{u_0 \rho^2} p(t) + \frac{F_c \rho^2 + \alpha}{u_0 \rho^2} \varphi(t) \right] \quad (22)$$

地基径向平均固结度 \bar{U}_r (即整个深度范围内 U_r 的平均值) 为

$$\bar{U}_r = 1 - \frac{\left(\frac{1}{H} \int_0^H \bar{u}_r dz \right)}{u_0} = 1 - \left[\frac{2}{M^2} \left(1 - \frac{F_c \rho^2 + \alpha}{u_0 \rho^2} F \right) \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \exp(-B_r t) + \frac{F_b \rho^2 - \alpha}{u_0 \rho^2} p(t) + \frac{F_c \rho^2 + \alpha}{u_0 \rho^2} \varphi(t) \right] \quad (23)$$

当增压为变量时, 式(18)~式(23)即为本文理论

给出等应变条件下增压式真空预压单层均质土地基径向固结问题的解答。

3 算例

地层参数主要参考广珠铁路珠海西客站工程,地层参数见表 1,径向渗透系数 $k_h=2.0 \times 10^{-9}$ m/s,初始孔隙水压力 $u_0=120$ kPa,侧向增压 $p'=20$ kPa,井径比 n 可在 5~100 范围内选取,涂抹比 $s=2$ 。

表 1 算例中土体的物理力学参数

土体区域	变形模量/ MPa	泊松比	密度/ (kg·m ⁻³)	黏聚力/ kPa	内摩擦角/(°)
影响区	1.84	0.35	1 540	20	5
涂抹区	1.84	0.35	1 650	5.41	19.12
等效砂井	20	0.28	1 850	5	30

3.1 无井阻固结

不考虑井阻作用时,地基固结称为无井阻固结。此时, $k_w \rightarrow \infty, G=0, B_r=\lambda$ 。

由级数理论^[6],可以证明当 $0 < z \leq 2H$ 时

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M} \sin \frac{Mz}{H} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} = 1 \quad (24)$$

由式(18)~式(23),可得等应变条件下无井阻地基径向固结解,即

$$u_w = \varphi(t) \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_r = & \left[u_0 - (F_c + \frac{\alpha}{\rho^2})F \right] \exp(-\lambda t) + \\ & (F_b - \frac{\alpha}{\rho^2})p(t) + (F_c + \frac{\alpha}{\rho^2})\varphi(t) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} u_r = & \left[\frac{k_h}{k_s} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{r^2}{r_c^2} \right) + \left(\frac{k_h}{k_s} \frac{s^2 - 1}{\eta^2} + \frac{n^2 - s^2}{\eta^2} \right) \ln \frac{r}{r_w} \right] \cdot \\ & \left\{ \frac{1}{F_a} \left[u_0 - (F_c + \frac{\alpha}{\rho^2})F \right] \exp(-\lambda t) + \frac{F_b + F_c}{-\lambda F_a} \frac{p'}{t_1} + \right. \\ & \left. \frac{\alpha}{F_a(\rho^2 F_c + \alpha)} \exp \left[-\frac{\lambda \alpha}{(\rho^2 F_c + \alpha)t} \right] \right\} + \\ & \left(1 - \frac{1}{\eta} \ln \frac{r}{r_w} \right) \varphi(t) + \ln \frac{r}{r_w} \frac{p(t)}{\eta} \quad r_w \leq r \leq r_s \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} u_r = & \left\{ \frac{k_h}{k_s} \left[\frac{1 - s^2}{n^2} + \frac{s^2 - 1}{\eta^2} \left(\frac{k_s}{k_h} \ln \frac{r}{r_s} + \ln \frac{r_s}{r_w} \right) \right] + \right. \\ & \left. \left[\frac{s^2}{n^2} - \frac{r^2}{r_c^2} + \frac{n^2 - s^2}{\eta^2} \left(\frac{k_s}{k_h} \ln \frac{r}{r_s} + \ln \frac{r_s}{r_w} \right) \right] \right\} \cdot \\ & \left\{ \frac{1}{F_a} \left[u_0 - (F_c + \frac{\alpha}{\rho^2})F \right] \exp(-\lambda t) + \frac{F_b + F_c}{-\lambda F_a} \frac{p'}{t_1} + \right. \\ & \left. \frac{\alpha}{F_a(\rho^2 F_c + \alpha)} \exp \left[-\frac{\lambda \alpha}{(\rho^2 F_c + \alpha)t} \right] \right\} + \\ & \left[1 - \frac{1}{\eta} \left(\frac{k_s}{k_h} \ln \frac{r}{r_s} + \ln \frac{r_s}{r_w} \right) \right] \varphi(t) + \frac{p(t)}{\eta} \cdot \\ & \left(\frac{k_s}{k_h} \ln \frac{r}{r_s} + \ln \frac{r_s}{r_w} \right) \quad r_s \leq r \leq r_e \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} U_r = & 1 - \left[\left(1 - \frac{F_c \rho^2 + \alpha}{u_0 \rho^2} F \right) \exp(-\lambda t) + \right. \\ & \left. \frac{F_b \rho^2 - \alpha}{u_0 \rho^2} p(t) + \frac{F_c \rho^2 + \alpha}{u_0 \rho^2} \varphi(t) \right] \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \bar{U}_r = & U_r = 1 - \left[\left(1 - \frac{F_c \rho^2 + \alpha}{u_0 \rho^2} F \right) \exp(-\lambda t) + \right. \\ & \left. \frac{F_b \rho^2 - \alpha}{u_0 \rho^2} p(t) + \frac{F_c \rho^2 + \alpha}{u_0 \rho^2} \varphi(t) \right] \end{aligned} \quad (30)$$

而径向固结时间因子 $T_h = c_h t / d_e^2$, 因此可得

$$\begin{aligned} \bar{U}_r = & U_r = 1 - \left[\left(1 - \frac{F_c \rho^2 + \alpha}{u_0 \rho^2} F \right) \exp \left(-\frac{16 T_h}{F_a} \right) + \right. \\ & \left. \frac{F_b \rho^2 - \alpha}{u_0 \rho^2} p(t) + \frac{F_c \rho^2 + \alpha}{u_0 \rho^2} \varphi(t) \right] \end{aligned} \quad (31)$$

结合不同参数,绘制出可以直接用于工程设计计算的无井阻地基径向平均固结度-时间因子曲线,如图 3 所示。

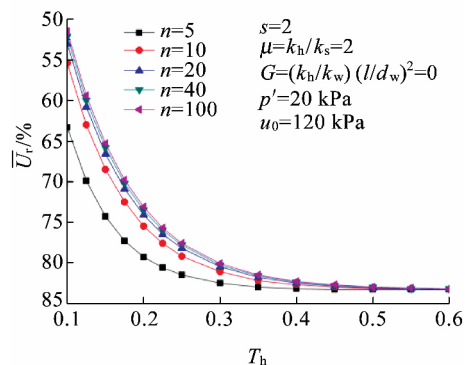


图 3 无井阻地基径向平均固结度-时间因子曲线

从图 3 可以看出,对于无井阻地基固结,随着时间因子的增加,径向平均固结度总体呈快速增长趋势,且增长速率随着时间因子的增加而降低,最终径向平均固结度稳定在 83.3%。在保持涂抹比 s 不变、渗透系数比 $\mu=k_h/k_s=2$ 、增压最大值为 20 kPa、真空预压为 120 kPa 及井阻因子 $G=0$ 的情况下,随着井径比 n 的增加,在相同的时间因子下,径向平均固结度越来越小。 $T_h=0.1$ 时,曲线 $n=5$ 比曲线 $n=100$ 的径向固结度大 11.8%;在 $T_h=0.3$ 时,曲线 $n=5$ 已经趋于最大值,而曲线 $n=100$ 的径向固结度只有 77.6%,直到 $T_h=0.45$ 才趋于最大值;随着井径比 n 的增加,地基固结速率变化率逐渐减小,即径向平均固结度-时间因子曲线的斜率越来越小。

Terzaghi 给出的瞬时加载条件下地基竖向固结理论解见式(32)。

$$\bar{U}_v = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} \exp(-M^2 T_v) \quad (32)$$

式中: \bar{U}_v 为竖向平均固结度; $M=(2m+1)\pi/2$; T_v 为

竖向固结时间因子。

Carrillo 定理^[4]适用于轴对称的工况,可将竖向固结与径向固结综合起来考虑地基整体平均固结度

$$\bar{U} = 1 - (1 - \bar{U}_r)(1 - \bar{U}_v) \quad (33)$$

将表 1 数据代入式(32)和式(33)中,可得到考虑竖向和径向固结的无井阻地基平均固结度,并绘制出可以直接用于工程设计计算的无井阻地基平均固结度-时间因子曲线,如图 4 所示。

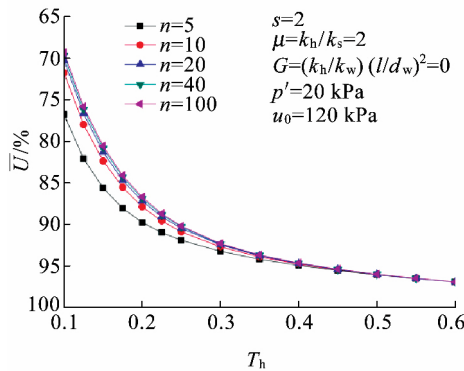


图 4 无井阻地基平均固结度-时间因子曲线

从图 4 可以看出地基平均固结度与径向固结变化趋势相类似:随着时间因子的增加,固结增长速率逐渐减小,最终地基固结度稳定在 97%;随着井径比 n 的增加,同一时间因子下的地基平均固结度越来越低。

3.2 理想井固结

作为无井阻固结的特例,若不考虑涂抹作用,则称地基的固结为理想井固结。不考虑涂抹作用时, $\mu = k_h/k_s = 1$,代入式(25)~式(30),可得理想井地基径向固结解。

$$u_r = \left(\frac{1}{n^2} - \frac{r^2}{r_c^2} + \frac{n^2 - 1}{\eta^2} \ln \frac{r}{r_w} \right) \left\{ \frac{1}{F_a} \left[u_0 - (F_c + \frac{\alpha}{\rho^2}) F \right] \cdot \exp(-B_r t) + \frac{F_b + F_c}{-\lambda F_a} \frac{p'}{t_1} + \frac{\alpha}{F_a (\rho^2 F_c + \alpha)} \cdot \exp \left[-\frac{\lambda \alpha}{(\rho^2 F_c + \alpha)} t \right] \right\} + \left(1 - \frac{1}{\eta} \ln \frac{r}{r_w} \right) \varphi(t) + \ln \frac{r}{r_w} \frac{p(t)}{\eta} \quad r_w \leq r \leq r_s \quad (34)$$

结合不同参数组合,绘制出理想井地基径向平均固结度-时间因子曲线,如图 5 所示。

从图 5 可以看出,对于理想井地基固结,随着时间因子的增加,径向平均固结度总体呈快速增长的趋势,且增长速率随时间因子的增加而降低,最终径向平均固结度稳定在 83.3%。在保持涂抹比 s 不变、渗透系数比 $\mu = k_h/k_s = 1$ 、增压最大值为 20 kPa、真空预压为 120 kPa 及井阻因子 $G=0$ 的情况下,随着井径比 n 的增加,在相同的时间因子下,排水板的径向平均固结度越来越低。 $T_h = 0.1$ 时刻曲线 $n=5$ 比曲线 $n=100$ 的

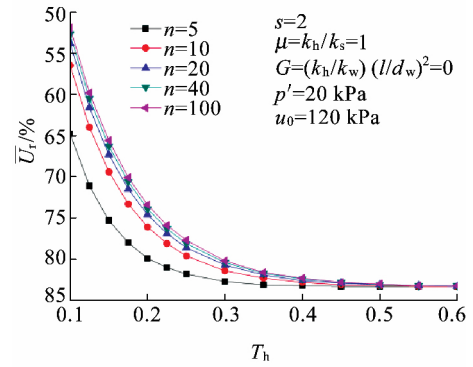


图 5 理想井地基径向平均固结度-时间因子曲线

径向固结度大了 12.9%,在 $T_h = 0.3$ 时刻曲线 $n=5$ 已经趋于最大值,而曲线 $n=100$ 固结度只有 80.2%,直到 $T_h = 0.5$ 才趋于最大值;这与实际情况基本一致。随着井径比 n 的增加,地基固结速率的变化率越来越小,即径向平均固结度-时间因子曲线的斜率越来越小。

将表 1 数据代入式(32)和式(33)中可得考虑竖向和径向固结的理想井地基平均固结度,并绘制理想井地基平均固结度的固结度-时间因子曲线,如图 6 所示。

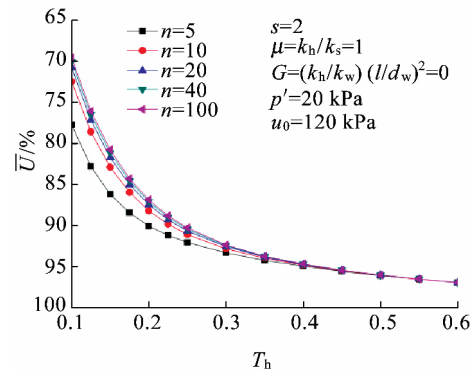


图 6 理想井地基平均固结度-时间因子曲线

从图 6 可以看出地基平均固结度与径向平均固结变化趋势类似:随着时间因子的增加,固结增长速率逐渐减小,最终地基平均固结度稳定在 97%;随着井径比 n 的增加,同一时间因子下的地基平均固结度逐渐减小。

4 结论

采用分离变量法,在考虑井阻效应和涂抹效应的基础上,提出适用于增压式真空预压处理单一土层固结的理论解,并分析了几种特殊工况。得到以下结论:

(1)随着时间因子的增加,排水板地基无井阻和理想井的固结度总体呈快速增长的趋势。随着井径比 n 的增加,排水板固结速率和变化率均逐渐减小。

(2)除了相应的固结度数值有所变化之外,排水板地基理想井的固结曲线变化特征以及固结速率与无井阻固结是一致的。当井径比 n 变化时,相应的理想井固结度均略高于无井阻的固结度。

(3)数据分析发现,井径比 $n=5$ 与井径比 $n=10$ 数值差距较大,而 $n=10$ 与 $n=20、40$ 差距越来越小。故推荐在实际工程实践中井径比应不大于 10。

参考文献:

- [1] 金亚伟,金亚君,蒋君南,等. 增压真空预压固结处理软土地基/尾矿渣/湖泊淤泥的方法:中国,CN101418566[P], 2009-04-29.
- [2] RENDULIC L. Ein Beitrag stir Bestimmung Der Glieitsicherheit[D]. Derbauingenieur, 1935:19-20.
- [3] BIOT M A. General Theory of Three-dimensional Consolidation[J]. Journal of Applied Physics, 1941, 12 (2): 155-164.
- [4] CARRILLO N. Simple Two and Three Dimensional Cases in the Theory of Consolidation of Soils[J]. Journal of Mathematics and Physics, 1942, 21(1): 1-5.
- [5] BARRON R A. Consolidation of Fine-grained Soils by Drain Wells[J]. ASCE, 1948.
- [6] HANSBO S. Consolidation of Fine-grained Soils by Prefabricated Drains [C]// 10th Pooceedings of ICSMFE, 1981: 677-682.
- [7] 谢康和,曾国熙. 等应变条件下的砂井地基固结解析理论 [J]. 岩土工程学报, 1989, 11(2): 3-17.
XIE Kanghe, ZENG Guoxi. Consolidation Theories for Drain Wells under Equal Strain Condition [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1989, 11(2): 3-17.
- [8] 杨子江,余江,刘辉,等. 增压式真空预压施工工艺研究 [J]. 铁道标准设计, 2011(8): 26-31.
YANG Zijiang, YU Jiang, LIU Hui, et al. Pressurized Vacuum Pre-compacting Technology[J]. Railway Standard Design, 2011(8): 26-31.
- [9] 沈宇鹏,余江,刘辉,等. 增压式真空预压处理站场软基效果试验研究[J]. 铁道学报, 2011, 33(5): 97-103.
SHEN Yupeng, YU Jiang, LIU Hui, et al. Experimental Study on Air-boosted Vacuum Preloading of Soft Station Foundation[J]. Journal of the China Railway Society, 2011, 33(5): 97-103.
- [10] SHEN Y P, WANG H H, TIAN Y H, et al. A New Approach to Improve Soft Ground in a Railway Station Applying Air-Boosted Vacuum Preloading [J]. Geotechnical Testing Journal, 2015, 38(4): 373-386
- [11] 沈宇鹏,冯瑞玲,钟顺元,等. 增压式真空预压在铁路站场地基处理的优化设计研究[J]. 铁道学报, 2012, 34 (4): 88-93.
SHEN Yupeng, FENG Ruiling, ZHONG Shunyu, et al. Study on Optimized Design of Vacuum Preloading with Air Pressure Boosted for Treatment of Railway Station & Yard Foundations [J]. Journal of the China Railway Society, 2012, 34(4): 88-93.
- [12] 龚济平,徐超,金亚伟. 采用改进真空预压技术加固软土地基的试验研究[J]. 港工技术, 2012, 49(3): 50-52.
GONG Jiping, XU Chao, JIN Yawei. Experiment of Soft Soil Foundation Reinforcement by Improved Vacuum Preloading Technique[J]. Port Engineering Technology, 2012, 49(3): 50-52.
- [13] WANG J, CAI Y Q, MA J J, et al. Improved Vacuum Preloading Method for Consolidation of Dredged Clay-slurry Fill [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2016, 142 (11): 06016012.
- [14] CAI Y Q, XIE Z W, WANG J, et al. A New Approach of Vacuum Preloading with Booster PVDs to Improve Deep Marine Clay Strata [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2018, 55(10): 1359-1371.
- [15] XIE K H, XIE X Y, GAO X. Theory of One Dimensional Consolidation of Two-layered Soil with Partially Drained Boundaries[J]. Computers and Geotechnics, 1999, 24(4): 265-278.
- [16] HANSBO S, JAMIOLKOWSKI M, KOK L. Consolidation by Vertical Drains [J]. Geotechnique, 1981, 31(1): 45-66.

(责任编辑 赵昱萌)